Repartido 7

Ondas de de Broglie. Principio de incertidumbre.

7-1. Calcule la longitud de onda de de Broglie para:
a) Una bala de 40 *g* que viaja a 1000 *m/s*
b) Un electrón en un aparato de televisión típico, que es acelerado por una diferencia de potencial de 10 *kV*.
c) Una partícula α (masa atómica 4) en un experimento de Rutherford, con energía típica de 6 *MeV*.

7-2. a) Calcule la longitud de onda de de Broglie térmica para átomos de Rb (masa atómica 85) a temperatura ambiente (T = 300K). Suponga que los átomos se mueven con la velocidad cuadrática media: $v=\sqrt{\dfrac{3kT}{m}}$.
b) En una trampa magnética se pueden capturar 10^3 átomos de Rb en un volumen de 10^{-3} mm^3. Estime la distancia entre átomos y calcule a qué temperatura la longitud de onda de de Broglie es de magnitud semejante a la distancia interatómica. Cuando las ondas asociadas a los diferentes átomos se superponen se produce la condensación de Bose-Einstein, observada por primera vez en átomos de Rb en 1996.

7-3. Un electrón de 1 *MeV* deja una traza en una cámara de niebla. La traza consiste en una serie de gotas de agua de aproximadamente 10^{-5} *m* de diámetro cada una.
a) Estime el cociente entre la incertidumbre del impulso transversal y el impulso del electrón.
b) ¿Puede decirse que la trayectoria del electrón es aproximadamente una línea recta?

7-4. Demuestre que si la incertidumbre en la posición de una partícula es igual a su longitud de onda de de Broglie, entonces la incertidumbre en su velocidad es igual a su velocidad.

7-5. Si el tiempo de vida de un cierto estado excitado de un átomo es de 30 *ns*, ¿Cuál es la incertidumbre en la energía del fotón que emite?

7-6. ¿Cuál es la energía cinética mínima de un electrón confinado a una región espacial de ancho 5×10^{-15} *m*? (Si la energía es mayor que la de reposo utilice la teoría de la relatividad).

7-7. Supongamos que el valor de h sea de $6{,}626\times10^{-3}$ *Js* en vez de $6{,}626\times10^{-34}$ *Js*. Se lanzan esferas de 66,26 *g* con velocidad de 5 *m/s* hacia el interior de una casa, a través de dos ventanas paralelas, altas y angostas, separadas una distancia de 0,6 *m*, de tal manera que en cada lanzamiento la elección de la ventana se hace al azar. Calcule la separación entre las franjas que se formarían sobre una pared situada a 12 *m* por detrás de las ventanas.

7-8. Considere el paquete de ondas formado por la superposición de dos ondas planas $y_1(x,t)=A\cos(k_1x-\omega_1 t)$ e $y_2(x,t)=A\cos(k_2x-\omega_2 t)$, con:

$$k_1=k-\frac{\Delta k}{2},\quad k_2=k+\frac{\Delta k}{2},\quad \omega_1=\omega-\frac{\Delta\omega}{2},\quad \omega_2=\omega+\frac{\Delta\omega}{2}.$$

a) Halle la expresión de la onda resultante y de su envolvente.

b) Muestre que la velocidad de propagación de la onda envolvente (velocidad de grupo) es: $v_g=\dfrac{\Delta\omega}{\Delta k}$. Observe que la velocidad de grupo puede ser positiva o negativa según que ω sea una función creciente o decreciente de k a pesar de que las dos ondas que componen el paquete y por lo tanto la energía se propagan siempre en el sentido de los x positivos.

c) A partir de las expresiones clásicas para $p=\hbar k$ y $E=\hbar\omega$, verifique que la velocidad de grupo de las ondas de materia es igual a la velocidad de la partícula.

d) Verifíquelo también a partir de las expresiones relativistas para E y p.