Repartido 4

Radiación de cuerpo negro.

4-1. Cuando el Sol se encuentra en su cenit, la energía térmica que incide sobre la Tierra es de 1366 W/m^2 aproximadamente. El diámetro solar es de $1{,}39\times10^9$ *m* y la distancia Tierra-Sol de $1{,}496\times10^{11}$ *m*. Suponiendo que el Sol radia como un cuerpo negro, estime la temperatura de su superficie.

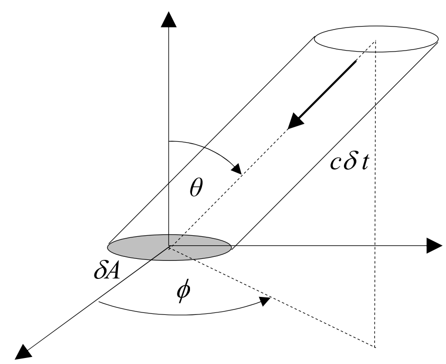
4-2. Estime la temperatura del filamento de una bombilla de luz incandescente, si ésta consume 100W y el filamento es un cilindro de longitud 1 *m* y 0.2 *mm* de diámetro, con una emisividad de 0.95.

4-3. Halle la densidad de modos de vibración $N(\nu)d\nu$ para una cuerda con extremos fijos y para una membrana cuadrada con bordes fijos. Compare con la densidad de modos obtenida en clase para el campo electromagnético en una cavidad cúbica. Obtenga la densidad espectral de la radiación de un "cuerpo negro" unidimensional y bidimensional.

4-4. Demuestre que la radiancia espectral dentro de una cavidad $R_T(\nu)$ y la densidad de energía $\rho_T(\nu)$ están relacionadas según: $R_T(\nu)=\frac{c}{4}\rho_T(\nu)$. Para esto:

i) Calcule la fracción de energía de un cilindro como el de la figura que atraviesa un área pequeña δA en un tiempo δt.

ii) Integre en los ángulos θ y ϕ,



4-5. Una primera aproximación empírica a la densidad de energía observada en una cavidad fue la curva de Wien: $\rho_T(\nu)=a\nu^3 e^{-b\frac{\nu}{T}}$, con *a* y *b* constantes. Demuestre que esta ley conduce a la ley de desplazamiento de Wien.

4-6. Partiendo de la distribución de Planck para la densidad de energía entre ν y ν + dν:

$$\rho_T(\nu)\,d\nu=\frac{8\pi h}{c^3}\frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}d\nu$$

y definiendo la densidad en términos de la longitud de onda por: $\rho_T(\lambda)\,d\lambda=-\rho_T(\nu)\,d\nu$, demuestre que:

$$\rho_T(\lambda)\,d\lambda=\frac{8\pi hc}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}}-1}d\lambda$$

4-7. a) i) Obtenga la frecuencia $\nu_{\text{máx}}$ que maximiza a $\rho_T(\nu)$. Utilice que la solución de: $e^{-y} + \frac{y}{3} = 1$, es y = 2.821.

ii) Calcule $\nu_{\text{máx}}$ para T = 300 K.

b) i) Obtenga la longitud de onda $\lambda_{\text{máx}}$ que maximiza a $\rho_T(\lambda)$. Utilice que la solución de: $e^{-x} + \frac{x}{5} = 1$, es x = 4.965. Deduzca la ley de desplazamiento de Wien.

ii) Calcule $\lambda_{\text{máx}}$ para T = 300 K.

c) ¿Por qué no puede obtenerse $\lambda_{\text{máx}}$ como: $\lambda_{\max} = \frac{c}{\nu_{\max}}$, con la $\nu_{\text{máx}}$ hallada en a)ii)?

4-8. A partir de la ley de Planck de la distribución espectral de la radiación del cuerpo negro demuestre la ley de Stefan-Boltzmann y halle la relación entre las constantes h y σ.

(Ayuda: $\int_0^{+\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$)

4-9. Halle las expresiones aproximadas de la ley de Planck para grandes y pequeñas frecuencias de la radiación emitida. Compare el resultado obtenido para pequeñas frecuencias (λ grande) con la distribución clásica de Rayleigh-Jeans presentada en clase.

4-10. a) Determine el quantum de energía para un péndulo con un hilo de 1 m en el campo gravitacional de la tierra.

b) Determine el quantum de energía, en eV, para la frecuencia central de la luz visible (λ = 500 nm).

c) ¿Cuál es la frecuencia de un oscilador cuyo quantum de energía es igual a kT a temperatura ambiente (T = 300 K)? ¿Cuál es la longitud de onda de la radiación electromagnética a esa frecuencia?