Repartido 2

Transformaciones de Lorentz. Medidas de longitud y tiempo.

2-1. Las coordenadas del evento determinado por el encendido de una lámpara, medidas por un observador *O*, son: $x = 100\ km$, $y = 10\ km$, $z = 1\ km$ y $t = 5 \times 10^{-4}\ s$. ¿Cuáles son las coordenadas x', y', z' y t' de este evento determinadas por un segundo observador, *O'*, moviéndose relativamente a *O* con una velocidad de –0,8 c a través del eje común x-x' ?

2-2. Los piones tienen una vida media de $1{,}8 \times 10^{-8}$ s. Un haz de piones deja un acelerador a una velocidad de 0,8*c*.

a) Clásicamente: ¿cuál es la distancia esperada en la cual la mitad de los piones decaen?

b) Determine lo mismo, pero relativísticamente.

2-3. Las coordenadas espacio-tiempo de dos eventos medidas por *O* son ($t_1 = 2 \times 10^{-4}\ s$; $x_1 = 6 \times 10^4\ m$; $y_1 = 0$; $z_1 = 0$) y ($t_2 = 1 \times 10^{-4}$ s; $x_2 = 12 \times 10^4\ m$; $y_2 = 0$; $z_2 = 0$) .

a) ¿Cuál debe ser la velocidad de *O'* con respecto a *O* de manera tal que los eventos para *O'* ocurran simultáneamente?

b) Determine la separación espacial de los eventos para *O'* en el caso de la parte a).

2-4. Un tren *espacial* de 240.000 *km* de largo (longitud propia) se desplaza con velocidad 0,8 c en la dirección del eje *x* y pasa frente a un andén (también espacial).

a) ¿Cuál es el largo del tren observado desde el andén?

En cierto instante se realizan sobre el andén dos marcas que corresponden a los extremos del tren.

b) ¿Cuál es la separación entre las marcas observadas desde el tren? ¿Cuanto tiempo separa la realización de las marcas para los pasajeros del tren?

En ambos extremos del tren viajan pasajeros que llevan relojes sincronizados.

c) ¿Cual es la diferencia en los relojes de estos pasajeros observada desde el andén?.

2-5. Una regla de 1*m* de longitud en reposo en *O'*, está inclinada 30º con respecto al eje *x'*. Un observador *O* se mueve en la dirección *x*-*x'* con una velocidad *v*.

a) ¿Cuál debe ser el valor de *v* si la regla forma un ángulo de 45º con respecto al eje *x* de *O* ?

b) ¿Cuál es la longitud de la regla medida por *O* ?

2-6. Un cubo tiene un volumen (propio) de 1000 cm^3.

a) Encuentre el volumen determinado por un observador *O'*, que se mueve con una velocidad de 0,8*c*, relativa al cubo en una dirección paralela a una cara.

b) Lo mismo, pero cuando *O'* se mueve paralelamente a una diagonal de una cara del cubo.

2-7. Supongamos que una partícula se mueve en relación a *O'* con una velocidad constante de *c/2* en el plano *x'y'* tal que su trayectoria rectilínea forma un ángulo de 60º con el eje *x'*. Si la velocidad de *O'* con respecto a *O* es de 0,6c a través del eje *x*-*x'*, encuentre trayectoria de la partícula determinada por *O*.

2-8. Considere dos referenciales S_1 y S_2 que se mueven uno hacia el otro en la dirección del eje *x* con velocidad relativa *v*. ¿A qué velocidad debe moverse (con relación a S_1) un tercer referencial S para que en él S_1 y S_2 se muevan con velocidades opuestas?

2-9. Sea $\Delta s^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$ el cuadrado del intervalo que separa dos eventos.

a) Muestre que dos eventos E_1 y E_2 separados por un intervalo de tipo tiempo ($\Delta s^2 > 0$) ocurren en el mismo punto en algún referencial.

b) Muestre que dos eventos E_1 y E_2 separados por un intervalo de tipo espacio ($\Delta s^2 < 0$) son simultáneos en algún referencial. (Sugerencia: para simplificar, considere una única coordenada espacial *x*).

c) Concluya que el orden temporal entre dos eventos (el significado de "antes" y "después") es invariante si están separados por un intervalo de tipo tiempo, mientras que depende del referencial si el intervalo que los separa es de tipo espacio.

2-10. a) Demuestre la siguiente propiedad de la función $\gamma(v)$ (en el sistema geométrico de unidades, c = 1): $\gamma(v_1)\gamma(v_2)(1+v_1v_2) = \gamma(\frac{v_1+v_2}{1+v_1v_2})$.

b) Compruebe que dicha propiedad permite escribir el producto de transformaciones de Lorentz en direcciones paralelas al eje *x* de la siguiente forma: $\Lambda_1\Lambda_2 = \Lambda_3$, con: $v_3 = (v_1+v_2)/(1+v_1v_2)$.

c) Utilice este resultado para deducir la ley de adición de velocidades relativista en la dirección paralela al eje x: $u_x = (u'_x + v)/(1 + u'_x v)$, donde u'_x es la componente x de la velocidad de una partícula respecto al sistema S´ que se mueve con velocidad v respecto al sistema S (siendo u_x la velocidad de la partícula respecto a S). Escribir esta ley en el sistema usual de unidades.

d) Para el caso anterior de movimiento relativo en la dirección x, deducir la ley de transformación de velocidades para las componentes transversales [(u'_y , u'_z) en el sistema móvil y (u_y , u_z) en el sistema fijo] de la velocidad de la partícula.

2-11. Analice el experimento de Fizeau utilizando la suma relativista de velocidades. Tenga en cuenta que la relación: $c' = \frac{c}{n}$ se verifica en el referencial en reposo respecto al medio de índice n.

2-12. Suponga que se tiene un cable con densidad lineal de carga λ, que está en reposo en un cierto referencial. Obtenga la densidad λ' en un referencial donde el cable se mueve con velocidad v paralela a su dirección. A partir de este resultado analice nuevamente el problema **1-8**.