Repartido 1

Transformaciones de Galileo – Postulados de la teoría de la relatividad.

1-1. Suponga que llueve y que las gotas de lluvia caen verticalmente a una velocidad de 7 m/s.

a) i) ¿Qué ángulo formará la lluvia con la vertical para una persona en un vehículo que se mueve a 12 m/s? ii)¿Cuál será la velocidad de las gotas para esa persona?

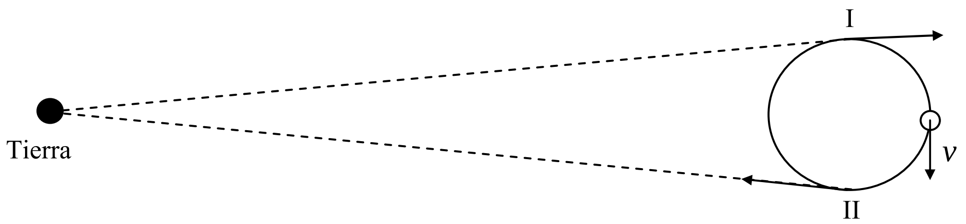
b) Si la lluvia cae a 7 m/s; pero formando un ángulo de 15º con la vertical: ¿A qué velocidad debe moverse el vehículo para que la persona vea a la lluvia cayendo verticalmente?

1-2. Un pasajero que va en un tren (sistema S) que se mueve a 30 m/s pasa a un hombre parado sobre la plataforma de la estación (sistema S') en el instante $t = t' = 0$. Veinte segundos después de que el tren lo pasa, el hombre sobre la plataforma determina que un pájaro volando sobre la vía en la misma dirección del tren está a 800 m de él.

a) ¿Cuáles son las coordenadas del pájaro calculadas por el pasajero?

b) Cinco segundos después de haber hecho la medición de la primera coordenada, el hombre sobre la plataforma determina que el pájaro está a 850 m de él. De estos datos, encuentre las velocidades del pájaro (que se supone constante) calculadas por el hombre sobre la plataforma y por el pasajero del tren.

1-3. Una estrella de un sistema binario se desplaza en una trayectoria circular a velocidad uniforme v. Considere dos posiciones: en (I) la estrella se aleja de la Tierra a lo largo de la recta que los une y en (II) la estrella se acerca a la Tierra a lo largo de la recta que los une (ver figura). El período orbital de la estrella es T y su distancia a la Tierra es l. Supongamos que l es lo suficientemente grande de modo que las posiciones (I) y (II) se encuentran a una separación igual a la mitad de la órbita.



Suponiendo que las teorías de emisión son correctas:

a) Demuestre que parece que la estrella va de la posición (I) a la (II) en un tiempo: $\frac{T}{2} - \frac{2lv}{c^2 - v^2}$ y de la posición (II) a la (I) en un tiempo: $\frac{T}{2} + \frac{2lv}{c^2 - v^2}$.

b) Demuestre que la estrella parecería estar en ambas posiciones al mismo tiempo si: $\frac{T}{2} = \frac{2lv}{c^2 - v^2}$.

1-4. En 1810 François Arago halló experimentalmente que el ángulo de aberración de una estrella, medido con un telescopio, no variaba al colocar un material refringente en el tubo del telescopio, como podría esperarse debido a la refracción.

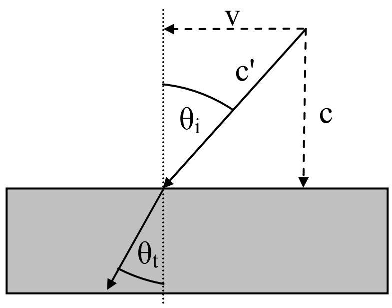
Para explicar este resultado negativo, Fresnel introdujo la hipótesis de *arrastre parcial del éter*: Supuso que en un medio cuyo índice de refracción es n, la densidad del éter es proporcional a n^2 y que cuando un cuerpo se mueve a través del éter con velocidad **v**, el exceso de éter que contiene (respecto al que existe en el espacio libre) es arrastrado junto con el cuerpo; pero con una velocidad:

$$\mathrm{v_r} = \mathrm{v}\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$$ (La fracción $1-\frac{1}{n^2}$ se llama *coeficiente de arrastre de Fresnel*).

Con esta modificación se puede ver que la ley de Snell se verifica siempre desde el punto de vista de un observador *moviéndose con el material refringente*.

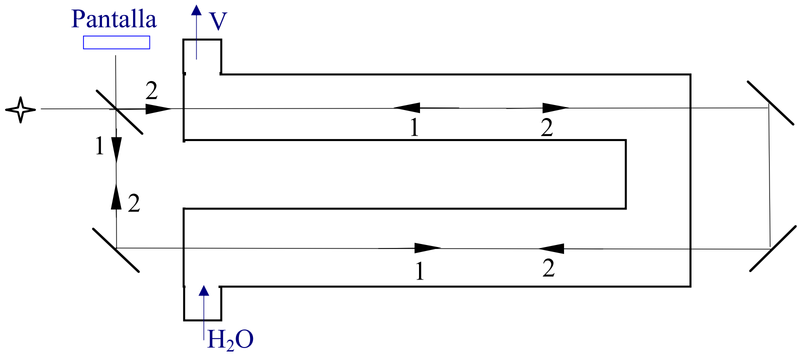
Esto explica que el ángulo de aberración no sea modificado por la presencia del material: al orientar el telescopio con el ángulo de aberración, se consigue que la incidencia del rayo de luz sea *normal* a la lente; de modo que el rayo no será refractado auque haya un material refringente siempre que se cumpla la ley de Snell para el observador terrestre (que es el que se mueve con el material refringente).

Considere el caso simple de un rayo de luz que incide normalmente desde el vacío sobre la superficie plana de un medio de índice de refracción n. Si el medio se mueve respecto al éter con velocidad **v** paralela a la superficie plana, el rayo en el interior del medio adquiere una componente horizontal de velocidad de acuerdo con la hipótesis del arrastre parcial.



Describa la situación desde el punto de vista de un observador en reposo respecto al medio refringente (ver figura) y utilizando la hipótesis de Fresnel, demuestre que para él vale la ley de Snell.

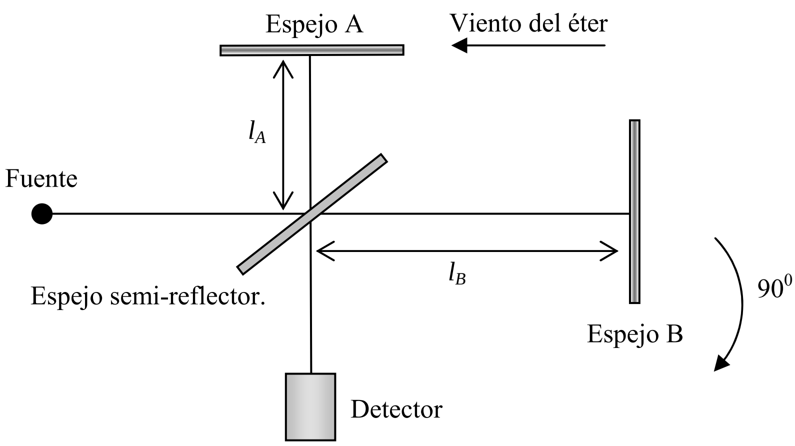
1-5. En 1851, Fizeau llevó a cabo un experimento para poner a prueba la hipótesis de Fresnel para la velocidad de la luz en medios móviles. En la figura se muestra esquemáticamente el arreglo experimental de Fizeau:



Dentro de los tubos se establece una corriente de agua con velocidad V. La fuente emite luz que es dividida, mediante un espejo semitransparente, en los rayos 1 y 2, de modo que el rayo 1 recorre los tubos (de longitud *L* cada uno) a favor de la corriente de agua y el rayo 2 en contra.

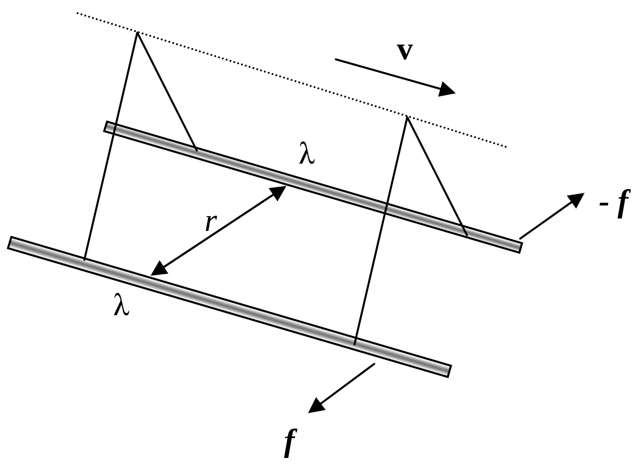
Si el índice de refracción del agua es *n* y c es la velocidad de la luz, utilizando la hipótesis de arrastre parcial de Fresnel, demuestre que la diferencia de tiempos de recorrido es, para $V << c$: $\Delta t = 4n^2\left(1-\frac{1}{n^2}\right)\frac{VL}{c^2}$ y que la diferencia de fase es: $\delta = 4n^2\left(1-\frac{1}{n^2}\right)\frac{VL}{\lambda c}$, donde λ es la longitud de onda en el vacío.

1-6. La figura 1 muestra un interferómetro de Michelson-Morley orientado con un brazo paralelo *al viento de éter*. Mostrar que si el aparato es rotado 90º, el corrimiento de franjas (ΔN) correspondiente al patrón de interferencia observado es igual, a primer orden en $\left(v/c\right)^2$, a: $\Delta N = \frac{v^2}{\lambda\, c^2}(l_A + l_B)$.



1-7. En el experimento original de Michelson-Morley los brazos del interferómetro medían 11 m y se utilizó luz de sodio ($\lambda = 5900\,\text{Å}$). El interferómetro podía revelar un corrimiento mínimo de 0.005 franjas. ¿Qué velocidad límite de la Tierra respecto al éter arrojaría un resultado nulo en el experimento? Compare con la velocidad orbital de la Tierra: $V_o = 3 \times 10^4\ m/s$.

1-8. Considere el arreglo de la figura: dos varillas suspendidas por hilos de modo que sean horizontales y paralelas. Las varillas tienen carga por unidad de longitud λ y son no conductoras. Suponga que actúa también el peso sobre las varillas.



a) A partir de la ley de Coulomb, demuestre que la fuerza por unidad de longitud con la que se repelen las varillas cuando están en reposo es: $f = \dfrac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_0 r}$ (r es la separación entre ellas).

b) Si ahora las varillas se mueven con la velocidad **v** indicada en la figura, cada una constituirá una corriente eléctrica: I = λ**v**. Demuestre que ahora la fuerza total por unidad de longitud es: $f_{tot.} = \dfrac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_0 r}(1 - \mu_0\varepsilon_0 v^2)$.

c) Analice ahora la situación en el sistema de referencia de las varillas. i) ¿Es la situación consistente con la de b)?
ii) ¿Cómo podría utilizarse este arreglo para medir la velocidad **v** del sistema de referencia de las varillas respecto al sistema donde estaban en reposo y valía la ley de Coulomb? ¿Implica esta medición de **v** alguna relación con un sistema externo al de las varillas?